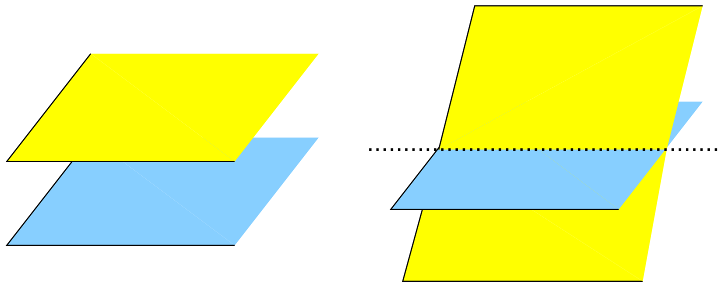
Innleveringsoppgaver 10, MA0003, høst 2007

Oppgave 1: To forskjellige plan i $\mathbb{R}^3$ er enten disjunkte (har ingen felles punkt), eller de skjærer hverandre i en linje:



Dette svarer til at to lineære ligninger med tre ukjente har enten null eller uendelig mange løsninger.

Vis at følgende system ikke har noen løsninger:

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 1 \\ -2x + 2y - 4z &= 1 \end{aligned}$$

Vis deretter at systemet

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 1 \\ x + 3y - 4z &= 2 \end{aligned}$$

har løsningene:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} - \frac{1}{2}z \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{2}z \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} \\ \frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad z \in \mathbb{R}$$

(Hint: vis at systemets augmenterte matrise er rekkeekvivalent til den augmenterte matrisen

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{4} \end{array}\right)$$

skriv deretter ut hvilket ligningssystem denne matrisen representerer.) ’

Oppgave 2: Angi vektorligningen og skriv opp det lineære ligningssystem som nedenståede augmenterte matrise definerer og løs ligningssystemetsystemet/vektorligningen ved å redusere den augmeterte matrisen.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & 1 \end{array}\right)$$